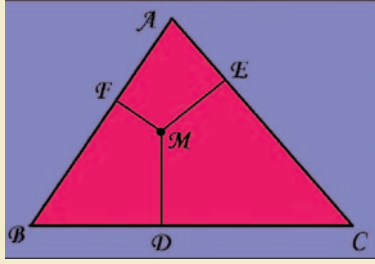




Üçgenden Üçgen



ABC eşkenar üçgeni içerisinde bir M noktası alıyoruz. Daha sonra bu M noktasından her kenara FM, EM ve DM olarak adlandırdığımız birer dikme indiriyoruz. Sorumuz şöyle: acaba bu dikmeleri kenar olacak biçimde kullanarak bir üçgen oluşturma olasılığımız kaçtır? Bir başka deyişle, dikme uzunluklarının üçgen oluşturmaya uygun olma olasılığı kaçtır?

Hazine Paylaşımı

Bir grup korsan buldukları çil çil altından oluşan hazineyi şu şekilde paylaşıyor: ilk kişi a tane altın ve hazineden arta kalan altının 1/n'sini alıyor. İkinci kişi 2a tane altın ve arta kalan altının 1/n'sini alıyor. Bu şekilde k. kişi-

ye k.a tane altın ve yine arta kalan hazinenin 1/n'si düşüyor. Hazine tüm korsanlara eşit dağıldığına göre kaç tane korsan vardır ve hesaplarına ne kadar altın düşmüştür?

Sıralı Kağıtlar

Elimizde as, papaz, kız, vale, 10, ... , 2 kağıtlarından oluşmuş ve belli bir sıraya göre dizilmiş 13 tane iskambil kağıdı var. Bu dizide kapalı ilk kağıdı yere açıyoruz, ikincisine hiç bakmadan en alta koyuyoruz. Üçüncü kağıdı yere açıyoruz ve dördüncüyü yine en alta koyuyoruz. Bu şekilde devam ederek tüm kağıtları yere açtığımızda yerde as, papaz, kız, vale, 10, ..., 2 sırası oluştuğuna ilk başta dizideki kağıtların sırası nasıl olmalı?

Beş Parça

Bir kareyi öyle beş parçaya ayırın ki parçaları tekrar birleştirdiğinizde birinin alanı diğerinin iki katı olacak biçimde iki farklı kare oluşsun.



Matematiğin Şaşkırtan Yüzü

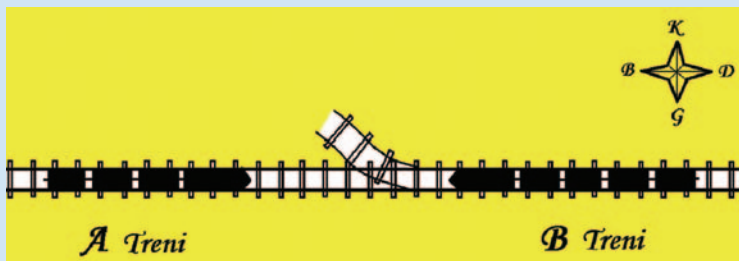
Tren Gelir Hoş Gelir

Hatırlayın, küçükken en çok eğlendiğimiz anlarda hep oyuncaklarımız vardı yanı başımızda. Ne yazık ki hepimiz büyüdük ve bu plastik ya da tahta dostlarımıza veda etmek zorunda kaldık. Ama üzülmeyin hala oynayabileceğimiz oyuncaklarımız var, sadece biraz şekil değiştirdiler. Eğer oyuncakın amacı eğlendirmekse yaşıma uygun olarak aşağıdaki sorudan daha iyi bir oyuncak bulmanız mümkün değil!

Sorumuz aynı hat üzerinde karşılaşan iki tren ile ilgili. Şekildeki A treni doğruya, B treni ise batıya doğru gitmek istiyor. Tek bir hattın olması sebebiyle trenlerin durumunun pek iç açıcı olmadığını fark etmişsinizdir. Ancak trenlerin yollarına devam edebilmesi için hala bir şansları var o da şekilde görülen ve sadece bir lokomotifin veya bir vagonun sığabileceği uzunluktaki ek demiryolunu çok iyi kullanmak. Acaba siz bu noktada onlara yardımcı olabilir misiniz? İki tren de kendi vagonları ile yollarına nasıl devam edebilir?

Çözümüne geçmeden önce size önerimiz iskambil kağıtları ile senaryoyu bir düzlem üzerinde yaratmanız ve yazıyı o şekilde takip etme-

niz. Şimdi gelelim çözüme. Kondüktörlerin yollarına devam edebilmesi için yapması gerekenler şu sırada olmalı: İlk önce B lokomotifini uygun uzaklığı ayarladıktan sonra vagonlarından ayrılarak ek demiryoluna girer. Ardından A lokomotifini vagonlarıyla ekin sağına geçer. B lokomotifini ekten anayola geçer ve A'nın 3 vagonunu alarak ekin soluna geçer. Daha sonra A lokomotifini eke geçer, B lokomotifini 3 vagonu iterek diğer 4 vagona yanaşır ve 7'sini de alarak ekin soluna geçer. A lokomotifini anayola girer, 5 vagonu ekin sağına geçirir ve en uçtaki vagon eke girecek şekilde bu vagonu iter. Ekte 5. vagonu bıraktıktan sonra kalan 4 vagonu ekin soluna geçirir, ektaki vagonu alır ve hepsini sol tarafta bekleyen 3 vagona birleştirir. Daha sonra yine A lokomotifini 6 vagonu ekin sağına çeker, 6. vagonu eke yerleştirir. Kalan 5 vagonu sol tarafa geçirir, ekten vagonu alır ve hepsini iterek sol tarafta 7 vagonu birleştirir. Son bir hamle olarak A lokomotifini tüm vagonları ekin sağına geçirir, 7. vagonu eke gelecek şekilde vagonları iter. Kalan 6 vagonu ekin soluna geçirir, ekten vagonu alır ve tüm vagonları ekin soluna tekrar birleştirir. Eğer bu noktaya kadar takip edebildiyse iki trenin de istedikleri doğrultuda gitmeleri için artık hiçbir engelin kalmadığını görmüşsünüzdür. Yolları açık olsun...



Geçen Ayın Çözümleri

Disklerden Kule

Çözümü kolaylaştırmak için taşları en tepeden aşağıya doğru dizelim. Yarımçapları r olan disklerin ağırlık merkezleri noktayla gösterilmiştir. Şimdi 2. diskin ucu 1. diskin tam ağırlık merkezine gelecek şekilde koyalım. Bu ikili sistemin ağırlık merkezi (dış sınırdan r/2 uzaklıkta) 2. diskteki okun gösterdiği yerde olur. 3. diski de bu okun gösterdiği yere koyalım. Bu şekilde sistemin ağırlık merkezi en alttaki diskin dış sınırına gittikçe yaklaşır. Ancak bu yaklaşma toplamda, sonsuza yakınsayan $r(1+1/2+1/3+...+1/n)$ serisine göre olacağı için merkezden istediğimiz kadar uzaklaşabildiğimiz bir kule yaratabiliriz.



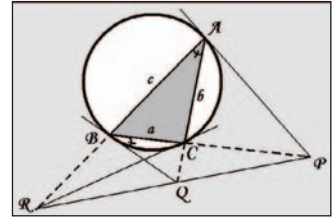
Kazaya Kıl Payı

İki arkadaşın da kazadan kıl payı kurtulabilmesi için, trenin geldiği yöne doğru koşanın (A kişisi) köprünün 2/5'lik mesafesini, diğerinin (B kişisi) ise köprünün 3/5'lik kısmını geçmesi gerekir. A kişisi trenin ucu ucuna kurtulduğunda, A ve B aynı hızda oldukları için, B'nin 1/5'lik yolu kalmış olur. Tren 50 km hızla 5 birim yol aldıktan sonra B'yi tam köprünün çıkışında yetişebildiğine göre bu sürede 1 birim yol alan B'nin (ve buna bağlı olarak A'nın) hızı saatte 10 km olmalıdır.

Fermat'ın Bize Mirası

Öncelikle $A = a^5 - a = a(a^4 - 1)$ şeklinde eşitliği yeniden yazalım. Küçük Fermat teoremine göre $a \neq 5$ iken $a^4 - 1$ her zaman 5'e tam bölünür. $a = 5$ iken ise a çarpanından ötürü A ile gösterilen eşitlik 5'e yine tam bölünür. İkinci aşama olarak $A = a(a^2 - 1)(a^2 + 1)$ biçiminde eşitliği tekrar düzenleyelim. Aynı şekilde $a(a^2 - 1)$ çarpanından ötürü A, 3'e tam bölünür. Son bir düzenleme ile $A = a(a - 1)(a + 1)(a^2 + 1)$ yazalım. Burada da $a(a - 1)$ çarpanları sonucu A eşitliği 2'ye tam bölünür. Sonuç olarak 5, 3 ve 2'ye tam bölünebildiği için çarpımları olan 30'a da A eşitliği tam bölünebilir.

Aynı Doğrultuda



Menelaus teoreminin yardımıyla AR/RB, BP/PC ve CQ/QA oranlarının çarpımının 1 olduğunu gösterebilirsek ispatımızı tamamlamış oluruz. Aynı yayı gören B A Q ve C B Q açıları eşit olduğuna göre açı-açı teoreminden $\angle B A Q \sim \angle C B Q$ benzerliği yazılabilir. Buradan $C Q / B Q = B Q / A Q = C B / B A = a / c$ eşitliğine ulaşılır. Bu eşitlik kullanılarak $C Q / Q A = a^2 / c^2$, $A R / R B = b^2 / a^2$ ve $B P / P C = c^2 / b^2$ eşitliklerini türetmek son derece kolay yapılabilir. Sonuç olarak üç eşitliğin çarpımı 1 olduğuna göre R, Q ve P noktaları aynı doğrultuda olmak zorundadır.