

1+1=1

TUHAF BİR MATEMATİK AMA ELEKTRONİK SİSTEMİN TEMELİ

Dr. TOYGAR AKMAN

ingiliz Mantıkçısı ve Matematikçisi George Boole (1815-1864), bundan tam 120 yıl önce, 1854 te) yazmış olduğu «An Investigation of the Laws of Thought» (Düşüncenin Kanunları Üzerine Bir Araştırma) adlı eserinde,

«...Basit mantık önermeleri, semboller ile gösterilebilirse, iki önerme arasındaki bağlantıya bir cebirsel denklem gözü ile bakılabilir..»

diyordu. Bütün önermelerin de genellikle «VE», «VEYA», «DEĞİL» söz ya da bağlaçları ile birbirlerine bağlandığını belirterek, bu önermelerin, matematik birer denklem şeklinde yazılacağını ileri sürüyordu.

George Boole (Bul olarak okunmaktadır), «Mantık» ile «Matematik» bilimleri arasında benzer bir yapı bulunduğunu da açıklamış oluyordu.

Şimdi bu bağlantılardan «VE» yi ele alarak, nasıl bir şey anlatılmak istendiğini inceleyelim.

George Boole, eğer, diyordu, birbirleri ile VE bağlantısı halinde bulunan iki önermeden, birincisi Doğru (D), ikincisi de Doğru (D) ise, VE bağlantısı sonucu da doğrudur. Yani o da (D) dir. Eğer, bu önermelerden biri Doğru (D), diğeri ise Yanlış (Y) ise, VE bağlantısında sonuç da Yanlıştır. Yani (Y) dir. Yok eğer, bu önermelerin her ikisi de yanlış ise, sonuçta da Yanlış'a ulaşılır. Yani (Y) dir.

Şimdi, Doğru kelimesi yerine (D) harfini ve Yanlış kelimesi yerine de (Y) harfini koyarak, Boole'un, «VE Bağlantılı Denklemi» ni göstermeye çalışalım.

Birinci önermenin bulunduğu kolona (A) kolonu, ikinci önermenin bulunduğu kolona (B) kolonu ve sonucu gösteren kolonu da (A n B) olarak işaretleyelim.

Ne demişti George Boole, iki önermeden ikisi de «Doğru» ise (yani D) ise VE bağlantısı içinde sonuç da «Doğru» dur,

(yani D'dir). O halde, bu durumu, kolonlara yerleştirerek işaretleyelim. O zaman, aşağıdaki denklem karşımıza çıkacaktır.

A	B	A n B
D	D	D

Boole, iki önermeden birinin «Doğru» (D) diğerrinin «Yanlış» (Y) olması hâlinde sonucun da «Yanlış» (Y) olacağını söylemişti. Şimdi, bu durumları da, kolonlara yerleştirelim. O zaman da aşağıdaki denklemleri elde edeceğiz.

A	B	A n B
D	Y	Y
Y	D	Y

George Boole, son olarak da bu iki önermeden ikisinin de «Yanlış» olması hâlinde, sonucun da «Yanlış» (yani Y) olacağını söylemişti. Şimdi, bu durumu da koonlara koyalım.

O zaman da, aşağıdaki denklem, ortaya çıkacaktır.

A	B	A n B
Y	Y	Y

Ayrı ayrı belirtmeye çalıştığımız bu denklemleri, aynı kolonda toplu olarak göstermek istersek, «VE Bağlantılı Denklemleri» toplu olarak, şöylece sıralanacaktır:

A	B	A n B
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

Şimdi de bu (D) ve (Y) işaret (ya da simge) lerinin yerine önermeleri koyarak, denklemlerin alacağı şekli izleyelim.

«Su, 100 derecede Kaynar» (D), VE «Su, Zeytinyağından daha ağırdır» (D). Ve, sonuç da doğrudur (D).

«Su, 50 derecede Kaynar (Y), VE «Su, Zeytinyağından daha ağırdır» (D). Ve sonucu, «Doğru» ile «Yanlış» ı bağdaştırmayacağından, sonucun «Yanlış» (Y) ola-

çağını işaret edecektir. Her iki önermeyi de «Yanlış» bir biçimde, «Su 50 derece de Kaynar» Ve «Su, Zeytinyağından Daha Hafiftir» olarak yazdığımızı düşünelim. O zaman da «Ve Bağlantı Sonucu» da, «Yanlış» (Y) olacaktır.

Okuyucular, burada bir an durup, — Hepsi, iyi hoş ya!.. Bu anlatılanların Elektronik Sistem ile ne ilgisi var? diye sormakta haklıdır.

O halde, izin verirsiniz, konumuzda bir adım daha yürüelim ve deminden beri «Doğru» yu belirtmek üzere kullandığımız (D) harfi yerine (1) sayısını; «Yanlış» ı belirtmek üzere kullandığımız (Y) harfi yerine de (0) sayısını; yazalım ve kolonlarımızdaki yerlerine koyalım. O zaman, yukarıdaki «Doğru» «Yanlış» önermelerin «VE Bağlantı Durumu» aşağıdaki şekilde yazılacaktır.

A	B	A n B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Elektronik sistemde de (1) sayısı, bir «Değer» in varlığını belirlemektedir. Elektronik Sistem, (adından da anlaşıldığı gibi) «Elektron» ların akışı ile ilgili olduğundan, (1) sayısı, orada bir «Değer» in varlığını, başka bir deyimle bir «Elektron Akımı» ya da «Elektron Darbesi» olduğu göstermektedir.

Yalnız, burada çok önemli bir notu belirtmemiz gerekiyor. İki önermenin (ya da Değer) in birbirleri ile VE bağlantısı içinde olması demek, bu iki önermenin (ya da «Değer'in) «Birbirleriyle Çarpımı» belirtiliyor demektir.

Bu açıklama karşısında, aynı okuyucular, çok haklı olarak :

— İster, George Boole'un kurduğu denklem olarak, isterse Elektronik Sistemdeki, akım darbeleri olarak ele alın-sın. Burada «Tuhaf» diye tanımlanacak hiç bir şey yoktur. Çünkü, (1) sayının (1) sayısı ile çarpımı = (1) sayısını verir, (1) sayısının (0) sayısı ile çarpımı = (0) olduğu gibi, (0) sayısının (0) sayısı ile çarpımı da yine = (0) dır. Bu «Denklem» ya da «Matematik» in, «Tuhaf Durumu» neresinde?

diye, yeni bir soru yöneltebileceklerdir.

Sanıyorum ki, bizim de konumuza iyice girmemize olanak vereceklerdir.

George Boole'un, kurmuş olduğu «Yeni Mantık» ya da «Yeni Matematik» de, iki önermenin birbirleri ile VEYA ilişkisi

içinde de bağlantılı olabileceğini ileri sürdüğünü de yukarıda belirtmiştik. Bu VE-YA ilişkisine gelince, durum, birden değişivermektedir.

Çünkü, VEYA ilişkisi, iki önermenin birbirleriyle çarpımını değil, «Toplanmasını» belirlemektedir. Demin, yukarıda (A) kolonu ile (B) kolonundan sonra yazdığımız ve sonucu belirleyen (A n B) kolonundaki ters (U) harfi, «Toplama İşlemi» sonucu belirttiği anda, düz «U» şeklinde yazılmaktadır. Toplam sonuç da (A U B) olarak gösterilmektedir.

Şimdi, yine önerme ele alalım ve bunları VEYA ilişkisi içinde sonuçlandıralım.

Demek oluyor ki, bu kez kuracağımız «Denklem», «çarpımı» değil «Toplama» yı gösterecektir. Ancak «VEYA» ilişkisi içinde (yani iki önermenin toplamını gösterir bir biçimde) denklem tablosunu (yani kolonları) sıraladığımız zaman durum çok değişmekte ve aşağıdaki tablo meydana gelmektedir.

A	B	A U B
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

İşte, şimdi çok tuhaf bir matematik ile karşılaşmış olduk.

$$1 + 1 = 1$$

diye gösterilen ve bugüne kadar alışmadığımız bir toplama sistemi, ortaya çıktı!

Prof. Dr. Tarık Özker, bize çok tuhaf görünen bu yeni matematiği, «Boole Cebri» adlı makalesinde şöyle belirtmektedir :

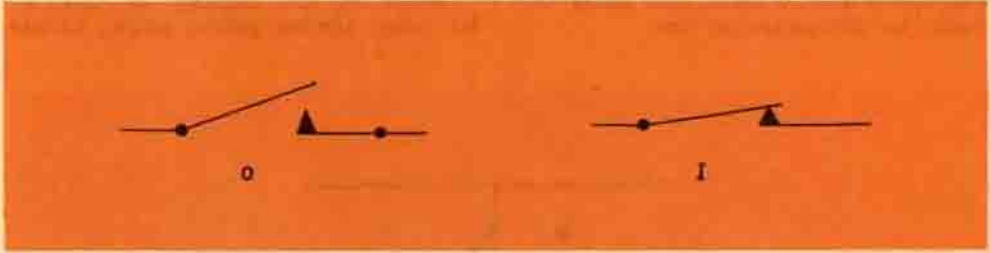
«... Yapısı gereğince, «Boole Cebri» de, çeşitli matematik ve fiziksel durumlara uygulanabilir. Bu cebirin işlemlerine ilişkin yorumlardan en önemli ikisi, matematiksel olasılıklar hesabının gelişiminde rolü olan «Cümleler Cebri» ile ilk kez (1938) Claude Shannonca lojik devrelerine uygulanan biçimi ile «Komütasyon» cebridir. Bu son yorum, bugün özellikle «Elektronik Hesap Makineleri» nde önemli rol oynamaktadır..» (1)

Yukarıda, Elektronik Sistemin (1) ve (0) üzerine kurulu olduğunu, başka bir deyim ile «Evet» ya da «Hayır» akım dili ile «Elektron Darbeleri İlettiğini» belirtmiştik. Prof. Özker'in, sözlerinden sonra, Boole Cebri'nin, Elektronik Sistem'de nasıl uygulandığını, aşağıdaki şekillerle, gösterebiliriz.

«Elektron Darbeleri» nin, nasıl (1) ve (0) değerini aldıklarını, yeteri kadar açık-

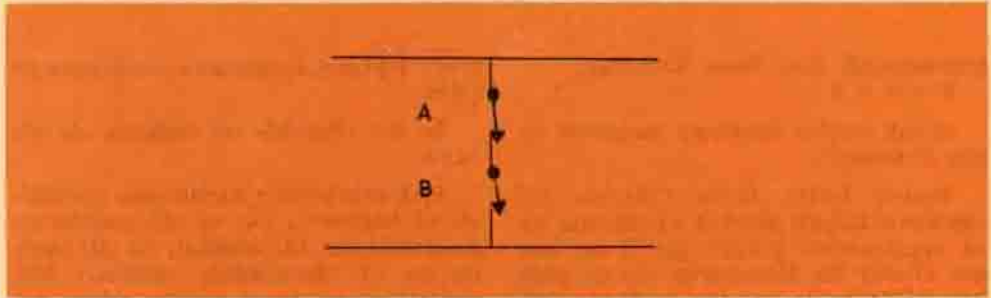
lıkla kavrayabilmemiz için, evlerimizdeki elektrik anahtarlarını, bir an göz önüne getirelim. Çok iyi bellediğimiz gibi, elektrik anahtarını çevirince, bu anahtarın bağlı olduğu lâmba (ampul) yanmakta ve bir daha çevirince de sönmektedir. Bir başka deyişle, önce (0) durumunda olan

akım, bizim anahtarı çevirmemiz ile meydana gelen devre sonunda, birden akmakta ve lâmbanın (ampulün) yanışı ile de (1) değerini göstermektedir. Aşağıdaki şekil, akım devresinin «Boş» ya da «0» durumu ile «1» durumunu, ayrı, ayrı göstermektedir.



Bu şekli gördükten sonra «Boole Cebri» ne geleyim ve bu «Tuhaf Matematik» in, elektronik sistemde nasıl geçerli olduğunu inceleyelim. Boole Cebri'nde önce, VE ilişkisini incelediğimiz için,

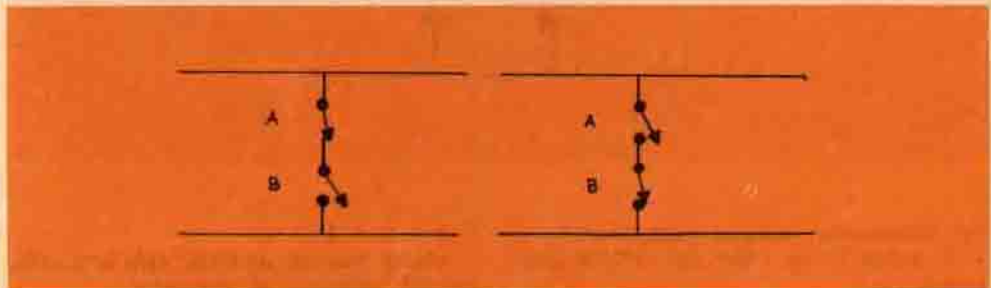
elektrik akımlarında da VE ilişkisi durumunu, ele alalım. Bu durum, elektrik devrelerinin «Seri Bağlantısı»nın aynıdır. Aşağıdaki şekilde, böyle bir «Seri» bağlanma görülmektedir.



Şekile bakar bakmaz, (A) anahtarı ile (B) anahtarının ikisinin de temas (kontakt) hâlinde olduğu (yani elektronların her iki anahtardan da geçtiği) böylece her iki anahtarın da (1) durumunda akım ilettiği görülmektedir. Kısaca, elektrik akımı, hangi anahtar yönünden gelirse gelsin, her iki anahtar da (1) değerinde

olduğu için, karşı yöne (1) değerinde geçebilmektedir. Kısaca, Boole Cebri'nde VE ilişkisi içinde $L \times 1 = 1$ olarak yazılan denklem, elektrik akımının bu durumuna tamamen uygundur.

Şimdi de, aşağıdaki şekillere bir göz atalım.



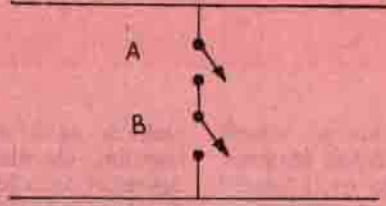
Şekilden de görüldüğü gibi, şimdi durum değişmiştir. Şekillerden birinde, akım (A) anahtarından geçtiği halde, (B) anahtarı devresi «Boş» ya da (0) değerinde olduğu için, ileriye geçememekte, ya da tam tersine, (B) anahtarından geçtiği halde bu kez (A) anahtarı «Boş» ya da (0) değerinde olduğu için, yine ileriye gidememektedir. 0 halde, yine Boole Cebri'nde, bu durumları belirten,

$$1 \times 0 = 0 \text{ ile}$$

$0 \times 1 = 0$ sonucunu gösteren denklemler, elektrik akımlarının bu durumlarına da tamamen uygundur.

Şimdi de (A) anahtarı da (B) anahtarı da «Boş» bir durumda (yani akımı iletmeyen (0) durumunda, birbirleriyle seri bağlantı hâlindeki şeklini çizelim.

Böyle bir seri bağlantı da, elektronlar, hangi yönden gelirse gelsin, karşıya



geçemeyeceği için, Boole Cebri'nde,
 $0 \times 0 = 0$

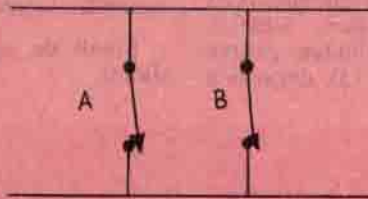
olarak yazılan denkleme tamamen uygun düşecektir.

Buraya kadar, Boole Cebri'nin VE bağlantısı hâlinin elektrik akımlarına nasıl uygulandığını gördük. Şimdi ise, bize çok «Tuhaf Bir Matematik» olarak gözükken VEYA bağlantısı (ya da Boole Cebri'nde,

ri'nde toplama durumunu) incelemeye geçelim.

Bu kez «Paralel» bir bağlantı, ele alacağız.

Aşağıdaki şekilde, birbirlerine «paralel» olarak bağlanmış (A) ve (B) anahtarları görülmektedir. (A) anahtarı da (B) anahtarı da (1) durumunda oldukları için, elektrik akımı, hangi yönden gelirse gel-



sin, elektronlar, karşıya geçebilecektir.

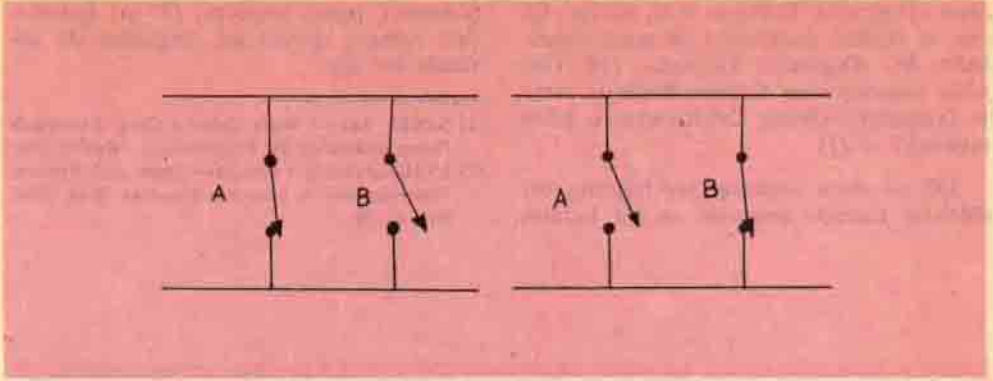
0 halde Boole Cebri'nde, VEYA Bağlantısı için

$$1 + 1 = 1$$

olarak yazılan denklem, aynı zamanda, elektrik akımına da uygundur.

Aynı denklemdeki diğer durumların, elektrik akımlarına ne şekilde uygun düş-

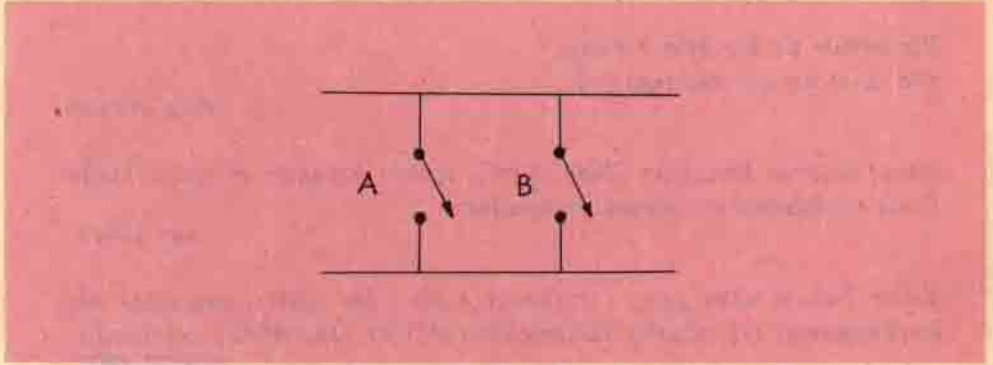
tüğünü belirleyebilmek için de aşağıdaki iki şekli çizelim.



Bu şekillerden birinde (A) anahtarı (1) durumunda iken (B) anahtarı (0) durumundadır. Diğerinde ise, (A) anahtarı (0) durumunda iken (B) anahtarı (1) durumundadır. Her iki şekilde de, akım, bir anahtardan geçemediği halde, diğerinden geçebilmektedir. O halde,

$1 + 0 = 1$ denklemindeki sonuç ile, $0 + 1 = 1$ denklemindeki sonuç da, elektrik anahtarlarının, bu biçimindeki «Paralel bağlantısına aynen uygun düşmektedir.

Şimdi de (A) anahtarı da (B) anahtarı da «Boş» yani (0) durumunda olan bir paralel devre çizelim.



Yukarıdaki şekilden de açıkça görüldüğü gibi, (A) anahtarı da (B) anahtarı da (0) durumunda olduğu için, elektrik akımı hangi yönden gelirse gelsin, karşıya geçemeyecektir. Başka bir deyim ile (0) durumunda olan bir devre ile, yine (0) durumunda olan ikinci bir devrenin toplanması, sonucu değiştirmeyecek ve yine (0) olarak kalacaktır. O halde, yine Boole Cebri'nde,

$$0 + 0 = 0$$

olarak yazılan sonuç, bu duruma da, tamamen uygun düşmektedir.

Yalnızca şu şekillerden görüldüğü ki, bundan tam 120 yıl önce George Boole tarafından ortaya atılmış olan «Boole Ceb-

ri» ya da «Mantık Cebri», günümüz «Elektronik Sistemin» ana yapısı olan «Elektronların Değerleri» hakkında da, kesin denklemleri dile getirmektedir. Nitekim Boole'un bu denklemlerinden esinlenerek «Elektronik Sistem» de (0) ve (1) ya da «Evet-Hayır» dan oluşan «İkili Akım Dili» ortaya konulmuş ve bu akım dilinin geliştirilmesi ile, bugünkü bilgisayarlar meydana getirebilmiştir.

Utah Üniversitesi Computer Bilimi Kürsüsü Profesörü David C. Evans'ın da dediği gibi,

«... Bir elektrik akımında bir «Mantık Değeri» olarak (0), belirli bir voltaj ya

da akımı, ve yine bir «Mantık Değeri» olarak da (1), diğer bir voltaj ya da akımı simgelemektedir. Simgelemiş her bir akım «Doğruluk Tablosu» nda, bütün «Giriş» ve «Çıkış» durumları ile gösterilmektedir. Bu «Doğruluk Tablosu», (19. Yüzyılda yaşamış olan George Boole'un ismini taşıyarak) «Boole Cebri» olarak bilinmektedir...» (2)

120 yıl önce yaşamış bir bilginin bir «Mantık Kuralı» koyması ve bu kuralın

günümüze kadar gelmesi, övgü ve saygıya değer bir şey. Amma, bu bilginin, yaşadığı çağda, adını bile bilmediği Elektronik Sistemin, temel yapısını, 120 yıl öncesinden atması, gerçekten, övgünün de üstünde bir şey.

- (1) ÖZKER Tarık : *Boole Cebri*ne Giriş, Elektronik Hesap Makineleri İle Programlama, İstanbul 1968.
- (2) EVANS David C. : *Computer Logic And Memory*, «Information» A Scientific American Book. 1966, Sa : 17 - 19.

Yalnız büyük adamların büyük kusurları olur.

LA ROCHEFAUCOULD

Olmaz olmaz deme, olmaz olmaz, olacakla öleceğe çare bulunmaz.

TÜRK ATASÖZÜ

*Bin bilsen de bir bilene danış.
Bin dost az, bir düşman çok.*

TÜRK ATASÖZÜ

Sanat insanın kendisini ifade etmek, içinde yaşadığı dünyaya kişiliğinin tepkilerini bırakmak arzusudur.

AMY LOWELL

Yıllar bakımından genç (tecrübesiz) olan bir adam, zamanını hiç kaybetmemiş ise, saatler bakımından ihtiyar (tecrübeli) sayılabilir.

FRANCIS BACON

Değerli bir adamın değerinin tanınmamasından doğan kayıtsızlık, işlenen hataların en acısıdır.

Kitapsız büyüyen çocuk, susuz ağaca benzer.

ÇİN ATASÖZÜ

Başkalarını iyilikle, saygıyla dinlemek iç zenginliğinin en güzel belirtisi ve daha iyi olmanın en büyük yardımcısıdır.

J. STUART